

הסקה סטטיסטית

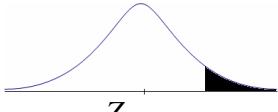
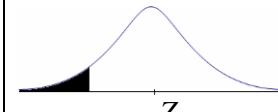
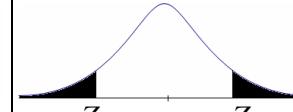
פרק 9 - בדיקת השערות על פרופורציה (יחידה - 11 ממ"נ; 13)

תוכן העניינים

1	התהילה
4	סיכון לטעויות ועוצמה
8	קביעת גודל מוגן
10	МОВАКНОТ תוצאות - אלף מינימלית

התהילה:

רקע:

$H_0 : p = p_0$	$H_0 : p = p_0$	$H_0 : p = p_0$	השערת האפס: השערת אלטרנטיבית:
$H_1 : p > p_0$	$H_1 : p < p_0$	$H_1 : p \neq p_0$	תנאים:
$np_0 \geq 5 \text{ \& } n(1-p_0) \geq 5$			
$Z_{\hat{p}} > Z_{1-\alpha}$  $Z_{1-\alpha}$ H_0 -דוחים את █	$Z_{\hat{p}} < -Z_{1-\alpha}$  $-Z_{1-\alpha}$ H_0 -דוחים את █	$Z_{\hat{p}} < -Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ או $Z_{\hat{p}} > Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$  $-Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ H_0 -דוחים את █	כלל הבדיקה – אזור הדחיה של H_0:

סטטיסטי המבחן:

$$Z_{\hat{p}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

חלופה אחרת לכלל הבדיקה:

כלל הבדיקה – אזור הדחיה של H_0:		
$\hat{p} > p_0 + Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	$\hat{p} < p_0 - Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	$\hat{p} > p_0 + Z_{\frac{1-\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$ $\hat{p} < p_0 - Z_{\frac{1-\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בחודש ינואר השנה פורסם שאחוז האבטלה במשק הוא 8% במדגם עכשווי התקבל שמתוך 200 אנשים 6.5% מובטלים.
בדקו ברמת מובהקות של 5% האם כיום אchrom האבטלה הוא כמו בתחילת השנה.

שאלות:

- 1)** במשך שנים אחזו המועמדים שהתקבל לפוקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מוגם של 120 מועמדים התקבלו 22. בرمת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?
- 2)** במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.
- 3)** הטילו מطبع 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עז. האם המطبع הוגן ברמת מובהקות של 5%?
- 4)** קפיטריה במכלה מסוימת מעירica כי אחזו הסטודנטים שוכנים קפה בקפיטריה הינו 20%. נערך סקר אשר כלל 200 סטודנטים. התברר כי 33 מהם רוכשים קפה בקפיטריה. מטרת הסקר הייתה לבדוק את אמינותה הערכה של הקפיטריה.
- רשמו את ההשערות.
 - בדקו את ההשערות ברמת מובהקות של 10%.
 - מה תהיה המסקנה אם נקטין את רמת המובהקות?
- 5)** חבר כנסת רוצה להעביר חוק. לצורך כך הוא דוגם 400 אזרחים במטרה לבדוק האם רוב האזרחים תומכים בחוק. במדגם התקבל ש-276 אזרחים תומכים בחוק.
- מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?
 - אם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה אם רמת המובהקות תהיה גדולה יותר? הסבירו.
- 6)** שני חוקרים בדקו את ההשערות הבאות: $H_0: p = p_0$, $H_1: p > p_0$. חוקר א' השתמש ברמת מובהקות α_1 וחוקר ב' ברמת מובהקות α_2 החוקר הראשון דחה את H_0 ואילו החוקר השני קיבל את H_0 .
- שנייהם התבססו על אותן תוצאות של מוגם. בחר בתשובה הנכונה:
- $\alpha_1 = \alpha_2$.
 - $\alpha_1 > \alpha_2$.
 - $\alpha_1 < \alpha_2$.
 - המצב המתואר לא אפשרי.

תשובות סופיות:

- (1) נדחה H_0 .
(2) נדחה H_0 .
(3) קיבל H_0 .
- ג. המסקנה לא תשתנה.
ב. קיבל H_0 .
א. $H_0 : p = 0.2$
 $H_1 : p \neq 0.2$ (4)
- ב. המסקנה לא תשתנה.
א. נדחה H_0 .
ג. (5)
(6)

סיכום לטיעויות ועוצמה:

רקע:

הגדרת הסטבריות:

הסיכוי לבצע טיעות מסוג 1 (רמת מובהקות) :
 $(\text{לדוחות } H_0 = P_{H_0} (H_0 \text{ נכונה}) | \text{ לדוחות את } \alpha = P_{H_1} (H_1 \text{ נכונה})$

הסיכוי לבצע טיעות מסוג 2 :
 $. \beta = P(H_1 = P_{H_1} (H_1 \text{ נכונה}) | \text{ לקבל את } \alpha = P_{H_0} (H_0 \text{ נכונה})$

רמת בטחון :
 $. (1-\alpha) = P(H_0 = P_{H_0} (H_0 \text{ נכונה}) | \text{ לקבל את } \alpha = P_{H_1} (H_1 \text{ נכונה})$

עוצמה :
 $. \pi = (1-\beta) = P(H_1 = P_{H_1} (H_1 \text{ נכונה}) | \text{ לדוחות את } \alpha = P_{H_0} (H_0 \text{ נכונה})$

		הכרעה	
מציאות		H_0	H_1
	H_0	אין טיעות	טיעות מסוג 1
	H_1	טיעות מסוג 2	אין טיעות

התהליך לחישוב סיכוי לטיעות מסוג שני:

$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p > p_0$	$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p < p_0$	$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p \neq p_0$	השערת האפס: השערת אלטרנטיבית:
$np_0 \geq 5 \& n(1-p_0) \geq 5$			תנאים:
$\hat{p} > p_0 + Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	$\hat{p} < p_0 - Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	$\hat{p} > p_0 + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$ או $\hat{p} < p_0 - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	כל ההכרעה: אזור הדחיה של H_0:

חישוב : β
$P_{H_1} \left(\hat{p} < p_0 + Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right)$
$P_{H_1} \left(p_0 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} < \hat{p} < p_0 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right)$
$P_{H_1} \left(\hat{p} > p_0 - Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right)$

כאשר : $\hat{P} \sim N \left(p, \frac{p(1-p)}{n} \right)$

והתקנו : $Z_{\hat{p}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$

דוגמה (פתרון בהקלטה) :

רופא ShinNim טען כי שיעור ממחצית האוכלוסייה הבוגרת בארץ אינם מבקרים אצל רופא ShinNim באופן קבוע, כנדרש. כדי לבדוק טענה זו, נערך סקר בקרב 150 אנשים בוגרים.

- .א. רשמו את ההשערות וכלל הכרעה ברמת מובהקות של 10%.
- .ב. מהי עוצמת המבחן אם מסתבר ש 60% מהאוכלוסייה אינם מבקרים אצל רופא ShinNim באופן קבוע.

שאלות:

- 1)** משרד הבריאות פרסם ש-10% מתושבי המדינה סובלים ממחלה האסתמה. מחקר דורך לבדוק האם בחיפה, בגל זיהום האוויר, שיורט הסובלים מאסתמה גביה יותר. לצורך המחקר נבדקו 260 מתושבי חיפה.
 א. רשמו את השערות המחקר, וצרו מבחן ברמת מובהקות של 5% לבדיקה.
 ב. מהי עצמת המבחן של סעיף א' בהנחה ובחיפה 16% מהתושבים סובלים מאסתמה?
 ג. כיצד תנסה התשובה לסעיף ב' אם מסתבר שבחיפה 18% סובלים מאסתמה?
 ד. בהמשך לסעיף א' האם נכון לומר שבנסיבות של 5% ההשערה שבחיפה 10% מהתושבים סובלים מאסתמה אינה נכונה?
- 2)** אחוז הסובלים מתופעות הלוואי מתרופה מסוימת הוא 15%. חברת תרופות טוענת שפיתחה תרופה שאמורה לצמצם את אחוז הסובלים מתופעות לוואי. לצורך בדיקת הטענה הוחלט לבצע מחקר שיכלול 120 חולים שיקבלו את התרופה הנבדקת. נניח שהתרופה נבדקה אכן מורידה את פרופורציות הסובלים מתופעות הלוואי ל-10%, מהי עצמת המבחן עבור רמת מובהקות של 5%?
- 3)** בעיר מסוימת היו 20% אקדמאים. בעקבות פтиחת מכלה בעיר לפני כמה שנים מעוניינים לבדוק האם אחוז האקדמאים גדול. מעוניינים שהמחקר יכלול 200 אנשים והוא יהיה ברמת מובהקות של 5%.
 א. חשבו את הסיכוי לבצע טעות מסווג שני בהנחה והיום יש 28% אקדמאים.
 ב. כיצד התשובה לסעיף הקודם תשתנה אם נגדיל את רמת המובהקות?
- 4)** מעוניינים לבדוק האם בפקולטה מסוימת ישנה העדפה לגברים. הוחלט לדגום 200 מתקובלים ועל סמך מספר הבנים לקבוע אם טענת המחקר מתק傍ת. חוקר אי קבע רמת מובהקות של 5% וחוקר ב' החליט לקבל את טענת המחקר אם במדגם יהיו לפחות 120 בניים. למי מבין החוקרים רמת מובהקות גדולה יותר?
- 5)** חוקר ביצע מחקר ובו עשה טעות מסווג שני בכך (בחרו בתשובה הנכונה):
 א. השערת האפס נכונה.
 ב. השערת האפס נדחתה.
 ג. השערת האפס לא נדחתה.
 ד. אף אחת מהतשובות לא נכונה בהכרח.
- 6)** קבעו אם הטענה הבאה נכונה: בבדיקה השערות לא ניתן לבצע בו זמני טעות מסווג ראשון וטעות מסווג שני.

תשובות סופיות:

- .0.9015 ב. $H_0 : p = 0.1$ ג. $H_1 : p > 0.1$ ד. טענה לא נכונה. **(1)**
- .0.4404 ב. תקין. א. $H_0 : p = 0.1446$ **(2)** **(3)**
- חווקר אי. ג'. **(4)** **(5)**
- נכונה. **(6)**

קביעת גודל מוגן:

רקע:

השערות המחקר הן: $H_0: p = p_0$, $H_1: p = p_1$ מעוניינים לבצע מחקר שרמת המובהקות לא תעלה על α והסיכוי לטעות מסוג שני לא עלה על β .

הנוסחה הבאה נותנת את גודל המוגן הרצוי:

$$n \geq \left(\frac{Z_{1-\alpha} \sqrt{p_0 q_0} + Z_{1-\beta} \sqrt{p_1 q_1}}{p_0 - p_1} \right)^2$$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

רוצים לבדוק האם אחוז האנשים השווים בשמש ללא הגנה ירד בעקבות הפרסום על נזקי השימוש.

בעבר 60% מהאוכלוסייה שהתה בשמש ללא הגנה. מה גודל המוגן המינימלי שיש לקחת כדי לבדוק שהאחוז הניליל ירד לפחות 48% אם מעוניינים שהסיכוי לטעות מסוג ראשון יהיה 5% והסיכוי לטעות מסוג שני יהיה 1%?

שאלות:

- 1)** משרד התמ"ת פרסם ש אחוז האבטלה במשק היום עומד על 8%. לעומת זאת, משרד הפנים טוען שכלה עלייה בשיעור האבטלה עד לכדי 11%. כדי לבדוק מי מבניהם צודק, מה צריך להיות גודל המדגם שייננה על שני התנאים הבאים:
- אם משרד התמ"ת צודק, נדחה את טענתו בסיכוי של 10%.
 - אם משרד הפנים צודק, נדחה את טענתו בסיכוי של 4%.
- 2)** מפעיל קזינו מפרסם שהסיכוי לזכות במכונות מזל הינו 0.42. אדם טוען שהסיכויים לזכות במשחק נמוכים יותר. כמה פעמים יש לשחק את המשחק כדי שאם טענת מפעיל הקזינו נכונה נקבל את טענת האדם בסיכוי של 1% ואם למציאות הסיכוי לזכות במכונה הוא 0.3 נקבל את מפעיל הקזינו בסיכוי של 8%?

תשובות סופיות:

.891 (1)

.224 (2)

МОובקות התוצאה – אלף מינימלית:

רעיון:

דרך נוספת להגעה להכרעות שלא דרך כלל הכרעה, היא דרך חישוב מובקות התוצאה: באמצעות תוצאות המדגם מחשבים את מובקות התוצאה שמסומן ב- p_v . את רמת המובקות החוקר קובע מראש לעומת זאת, את מובקות התוצאה החוקר יכול לחשב רק אחרי שייהו לו את התוצאות. המשקנה של המחקר תקבע לפי העיקרון הבא:

אם $p_v \leq \alpha$ דוחים את H_0 .

МОובקות התוצאה זה הסיכוי לקבלת תוצאות המדגם וקיוצוני מתוצאות אלה בהנחה השערת האפס.

לקבל את תוצאות המדגם וקיוצוני

$$p_v = P_{H_0}$$

אם ההשערה היא דו צדדית:

לקבל את תוצאות המדגם וקיוצוני

$$p_v = 2P_{H_0}$$

МОובקות התוצאה היא גם האלפא המינימלית לדחיתת השערת האפס.

השערת האפס:	השערת האפס:	אלטרנטיבית:	
$H_0: p = p_0$	$H_0: p = p_0$	$H_0: p = p_0$	
$H_1: p > p_0$	$H_1: p < p_0$	$H_1: p \neq p_0$	
$np_0 \geq 5 \& n(1-p_0) \geq 5$		תנאים:	
$P_{H_0}(\hat{P} \geq \hat{p})$	$P_{H_0}(\hat{P} \leq \hat{p})$	$2 \cdot P_{H_0}(\hat{P} \geq \hat{p}) \leftarrow \hat{p} > p_0$ אם $2 \cdot P_{H_0}(\hat{P} \leq \hat{p}) \leftarrow \hat{p} < p_0$ אם	
		p-value	

כאשר בהנחה השערת האפס:

$$\hat{P} \sim N\left(p_0, \frac{p_0(1-p_0)}{n}\right)$$

התקנון:

$$Z_{\hat{p}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

ישנה טענה שיש הבדל בין אחוז הבנים ואחוזה הבנות הפוניות ללמידה להנדסאי מחשבים. לשם כך נלקח מבחן מקורי של 200 תלמידים הלומדים מחשבים והתברר כי 112 מהם בניים.

א. מהי מובಹקות התוצאות?

ב. מה המסקנה ברמת מובហקות של 5%?

שאלות:

- 1)** במשך שנים אוחז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. רוצים לבדוק האם האמ השנה הקשו על תנאי הקבלה.
- מהי מובהקות התוצאה?
 - מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 1% וברמת מובהקות של 5%?
- 2)** נהוג לחשב ש-60% מהילדים בגיל שלוש קמים מהORITY במהלך הלילה לפחות פעם אחת. ישנה טענה שלאו שנות צהרים פחות מ-60% מהילדים בגיל זה יקומו לפחות פעם אחת במהלך הלילה. נדגו 80 ילדים בגיל 3 אשר אינם ישנים בצהרים מתוכם התקבל ש-41 קמו במהלך הלילה.
- מהי רמת המובהקות המינימלית עבורה שתתקבל הטענה במחקר?
 - מהי רמת המובהקות המקסימלית עבורה לא תתקבל טענת המחקר?
 - עבור אילו רמות מובהקות קיבל את טענת המחקר?
 - מה תהיה מסקנת המחקר ברמת מובהקות של 6%?
- 3)** במטרה לבדוק האם מטבח הוגן מטילים אותו 80 פעמים. התקבל ש-60 מההטלות הראו עצ. רשמו את השערות המחקר, חשבו את מובהקות התוצאה והסיקו מסקנה ברמת מובהקות של 5%.
- 4)** בבדיקה השערות על פרופורציה התקבל שה- $p-value = 0.02$.
- מה תהיה מסקנת חוקר המשמש ברמת מובהקות 5%:
(בחרו בתשובה הנכונה)
- קיבל את השערת האפס.
 - דחה את השערת האפס.
 - לא ניתן לדעת כי אין מספיק נתונים.
- 5)** קבעו אם הטענה הבאה נכונה:
"בבדיקה השערות חד-צדדי התקבל ערך $p-value$ של 3%, לכן אם היינו מבצעים מבחן דו-צדדי (כאשר יתר הנסיבות ללא שינוי), היינו מקבלים ערך $p-value$ של 6%".
- 6)** במפעל 10% מהעובדים נפגעים לפחות פעם אחת בשנה מתאונות עבודה. לאור זאת, המפעל החליט לצאת בתוכנית לצמצום שיעור הנפגעים. תוכנית זו נוסתה על 100 עובדים. מתוכם 12 נפגעו בתאונות עבודה במשך השנה.
- מהי רמת המובהקות הקטנה ביותר עבורה יוחלט שהתוכנית יעילה?

תשובות סופיות:

(1) א. 0.0455

ב. ברמת מובהקות של 1% : לא דוחים את H_0 .ברמת מובהקות של 5% : נדחה את H_0 .

(2) א. 0.0548 ב. 0.0548 ג. מעל 0.0548

ד. נכרייע לטובת טענת המחקר.

(3) H_0 , נדחה את $p_v = 0$

(4) ב'.

(5) הטענה נכונה.

(6) 0.7486